** 第一讲：与三角形有关的线段**

**一、课程目标**

1. 理解三角形及与三角形有关的概念,掌握它们的文字、符号语言及图形表述方法；毛

2. 理解并会应用三角形三边间的关系；

3. 理解三角形的高、中线、角平分线及重心的概念，学会它们的画法及简单应用；

4. 对三角形的稳定性有所认识，知道这个性质有广泛的应用．

**二、课程内容**

**知识点一 三角形的概念以及分类**

**1、三角形的概念**

由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫做三角形．













**2、三角形的表示方法**

三角形用符号“△”表示，顶点为、、的三角形记作“△”，读作“三角形”.

**注意**：单独的△没有意义；

**3、三角形的基本元素**

①三角形的边：即组成三角形的线段；

②三角形的角：即相邻两边所组成的角叫做三角形的内角，简称三角形的角；

③三角形的顶点：即相邻两边的公共端点.

△的三边可以用大写字母、、来表示，也可以用小写字母、、 来表示，边用表示，边、分别用、表示．

**4、三角形的分类**

（1）按边的相等关系分类：



（2）按角的大小分类：



**题型一 利用三角形的概念识别三角形的元素及简单计数**











**例 1-1** 如图所示．

(1)图中共有多少个三角形?并把它们写出来；

(2)线段是哪些三角形的边?

(3)是哪些三角形的角?

【思路分析】在(1)问中数三角形的个数时，应按一定规律去找，这样才会不重、不漏地找出所有的三角形；在(2)问中，突破口在于由三角形定义知，除了、再找一个第三点，使这点不在上，便可得到以为边的三角形；(3)问的突破口是一定在以点为一个顶点组成的三角形中．

【解】解：(1)图中共有个三角形，它们是△，△，△，△，△，△．

(2)线段分别为△，△，△的边．

(3)分别为△，△，△的角．

【总结提示】在数三角形的个数时一定要按照一定的顺序进行，做到不重不漏．

**配套练习1-1** 图中有几个三角形？请分别表示出来.、分别是哪个三角形的内角？以为边的三角形有哪些？

【思路分析】从点开始计： △，△，△，△，△，△；点：△；点：△.













【解】图中共有个三角形，分别是△，△，△，△，△，△,△,△.以为内角的三角形有△,△.以为内角的三角形有△,△.以为边的三角形有△.

【总结提示】数三角形个数的方法有：（1）按三角形形成的先后顺序去数；（2）按大小顺序去数；（3）从图中的某条线段按照一定的方向去数；（4）先固定一个顶点，变换另两个顶点去数.

**题型二 三角形的概念与分类的辨析**

**例 1-2** 有下列说法：①由三个角组成的图形叫做三角形；②由三条线段组成的图形叫做三角形；③由不在同一直线上的三条线段首尾相接所组成的图形叫做三角形；④三角形按边分为不等边三角形和等边三角形.其中正确的有（ ）

A.个 B.个 C.个 D.个

【思路分析】由三角形的概念及分类进行辨析正误即可.

【解】根据三角形的概念可知：①②都是错误的，③正确；根据三角形按边分类的原则可知④是错误的；

故选A

**配套练习1-2** 下列说法：  
①三角形按边分类可分为三边不等的三角形、等腰三角形和等边三角形；  
②等边三角形是特殊的等腰三角形；  
③等腰三角形是特殊的等边三角形；  
④有两边相等的三角形一定是等腰三角形.  
其中说法正确的个数是( ).  
A.1个 B.2个 C.3个 D.4个

【思路分析】根据三角形的分类及等腰三角形和等边三角形的概念判断即可.

【解】三角形按边分类可分为三边都不相等的三角形和等腰三角形，故①错误；等边三角形是腰长和底长相等的三角形，故②正确；等边三角形必须是三边相等，故③错误；根据等腰三角形的定义可知④正确.

故选B

**题型三 根据条件判断三角形的形状**

**例 1-3** 根据下列所给条件，判断△的形状：

（1），，；

（2）；

（3）；

（4）,.

【思路分析】根据三角形的分类标准进行判断.若已知的是角，则按角的分类标准去判断.若已知的是边，则按边的分类标准去判断.

【解】 （1）∵，，，所以,∴△是锐角三角形；

（2）∵,∴△是钝角三角形；

（3）∵,∴△是直角三角形；

（4）∵,，∴△是等腰三角形；

【总结提示】判断三角形形状的方法：根据不同的分类标准来区分，按角分类，需找到最大的角是哪一类角；按边分类则看各边是否相等即可.

**配套练习1-3** 已知，，是三角形的三边长，且满足，试判断这个三角形的形状.

【思路分析】由题意，根据非负数的性质“如果几个非负数相加的和为0，那么这几个非负数的值都为0”得出，，的关系再判断三角形的形状.

【解】∵，

由非负数的性质知：，即：

∴

∴这个三角形是等边三角形

**知识点二 三角形的三边关系**

**1、三角形的三边关系：**

三角形两边的和大于第三边，三角形两边的差小于第三边.

**注**：这里所指的两边是任意两边.

**2、三角形三边关系的应用：**

（1）判断三条线段能否构成三角形；

（2）确定第三边长（或周长）的取值范围；

（3）解决线段的不等关系.

**题型一 已知线段长度判定能否构成三角形**

**例2-1** 判断下列三条线段能否构成三角形.

(1) 3，4，5； (2) 3，5，9 ； (3) 5，5，8.

【思路分析】根据三角形的三边关系：任意两边之和大于第三边计算判断即可.

【解】（1）∵，∴能够构成；

（2）不能构成

（3）∵，∴能够构成.

【总结提示】判断三条线段能否构成三角形，只需要将三条线段中较短的两条线段相加，之和大于第三条线段即可.

**配套练习2-1** 下列长度的三根小木棒能构成三角形的是（ ）

A.,, B.,,

C.,, D.,,

【思路分析】根据三角形的三边关系：任意两边之和大于第三边计算判断即可.

【解】A选项：，不符合三角形三边关系；B选项：，不符合三角形三边关系；C选项：，不符合三角形三边关系；D选项：，符合三角形三边关系.

故选D

**题型二 已知两边长求第三边（或周长）取值范围**

**例2-2** 三角形的三条边长分别是，，，则的取值范围是 .

【思路分析】根据三角形的三边关系可知：已知两边和，那么.

【解】由三角形三边关系知：，

解得：.

**配套练习2-2** 一个三角形的两边长分别是和，若它的第三边长为奇数，则这个三角形的周长为 .

【思路分析】根据三角形的三边关系可知：已知两边和，那么.按要求求出第三边后再求出三角形的周长即可.

【解】∵一个三角形的两边长分别是和

设三角形的第三边为，则有：，即：

∵它的第三边长为奇数

∴

∴周长

**题型三 利用三角形三边关系证明线段之间的关系**

**例2-3** 如图，是△内一点，连接，，延长交于.











求证：.

【思路分析】根据三角形的三边关系判断线段与线段之间长度的关系即可，过程中可运用等量代换与线段的和差关系等知识.

【解】证明：在△中，,

∵

∴ ①

在△中， ②

将①，②两式相加，得：

∴

即：

【总结提示】要说明线段和的大小关系，需要把分散的线段集中，构造以它们为边的三角形，再利用三角形的三边关系进行证明.

**配套练习2-3** 如图，是△中的任一点，试说明：.









【思路分析】将所需线段放入三角形中，根据三角形的三边关系判断线段与线段之间长度的关系即可，过程中可运用等量代换与线段的和差关系等知识.

【解】证明：在△中,①；

在△中, ②；

在△中,③；

将①，②，③式相加得：

即：

∴

**题型四 三角形的三边关系与等腰三角形及它的存在性问题**

**例2-4** 等腰三角形两边长为，，求等腰三角形的周长.

【思路分析】等腰三角形的两边长没有指明腰长和底长，故应该分类讨论求解.

【解】（1）当等腰三角形的腰长为时，三角形三边为，，，，可以构成三角形，周长为：；

（2）当等腰三角形的腰长为时，三角形三边为，，，，可以构成三角形，周长为：.

【总结提示】若给出等腰三角形的一边不确定是腰还是底边时需要分类讨论，并看三边是否符合三边关系，不满足的要舍去.

**配套练习2-4** 用一条长为的细绳围成一个等腰三角形.

（1）如果腰长是底边长的倍，那么各边的长是多少？

（2）能围成有一边长为的等腰三角形吗？如果能，请求出它的另两边.

【思路分析】（1）已知等腰三角形腰长与底边长的关系和周长，设未知数列式即可求解；（2）在没有指明边长为腰长或底长时应该注意分类讨论，不满足三角形三边关系的应舍去.

【解】（1）∵腰长是底边长的倍

设底长为,则腰长为

即有：

解得：，

∵

∴腰长为，底长为.

（2）①当为腰长时，三边分别为，，，∵，∴不能构成三角形，（舍去）；

②当为底长时，三边分别为，，，∵，∴能构成三角形，∴另两边长分别为：，.

【总结提示】三角形的三边关系应用到等腰三角形问题时，应注意分类讨论，不符合条件的要舍去.

**题型五 利用三角形的三边关系化简绝对值**

**例2-5** 若，，为三角形的三边长，化简：.

【思路分析】已知，，为三角形的三边长，根据三角形的三边关系，判断和的正负性，再去绝对值符号进行化简即可.

【解】∵，，为三角形的三边长

∴，且

∴

**配套练习2-5** 已知，，为三角形的三边长.

化简：.

【思路分析】已知，，为三角形的三边长，根据三角形的三边关系，判断、、和的正负性，再去绝对值符号进行化简即可.

【解】∵，，为三角形的三边长

∴， ， 且

∴

【总结提示】化简含绝对值的式子，首先判断绝对值符号内的正负，应用三角形的三边关系时，由两边之和大于第三边，两边之差小于第三边和三边均为正判断即可.

**知识点三 三角形的高、中线、角平分线**

**1、三角形的高线：**

从三角形的一个顶点向它所对的边所在的直线作垂线，顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高.













**2、三角形的中线：**

在三角形中，连接一个顶点和它所对的边的中点的线段叫做三角形的中线.

**3、三角形的角平分线：**

在三角形中，一个内角的平分线和它的对边相交，这个角的顶点与交点之间的线段叫做三角形的角平分线.

如图，△中，为边上的高线；为边上的中线；为角平分线.

**题型一 三角线的高线、中线，角平分线的识别**

**例3-1** （易错题）如图，，，，垂足分别是，，，下列说法中错误的是（ ）













A.△中，是边上的高

B. △中，是边上的高

C. △中，是边上的高

D. △中，是边上的高

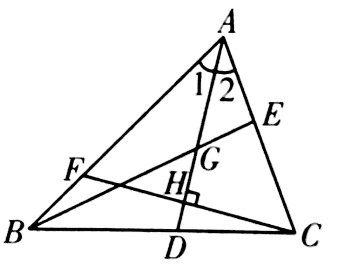
【思路分析】根据三角形的高线的概念进行识别判断即可.

【解】由三角形高的定义判断：△中，是边上的高，故A所述正确，B错误；△中，是边上的高，故C正确；△中，是边上的高，故D正确.

故选：B

【总结提示】注意钝角三角形的高有两条在三角形的外部，一条在内部；直角三角形的高有两条为它的直角边，一条在三角形内部.

**配套练习3-1** （易错题）如图，在△中，，为的中点，延长交于点，为上一点，垂足为点，下面判断正确的有（ ）

1. 是△的角平分线；
2. 是△的边上的中线；
3. 是△的边上的高；
4. 是△的角平分线和高.

A.个 B.个 C.个 D.个

【思路分析】根据三角形的高线、中线、角平分线的概念进行分析判断即可.

【解】①根据三角形角平分线的概念可知是△的角平分线，故错误；②根据三角形中线的概念可知是△的边上的中线，故错误；③根据三角形高的概念可知为△的边上的高，故正确；④根据三角形的角平分线和高的概念可知是△的角平分线和高，故正确.

故选：B

【总结提示】三角形的角平分线，高线、中线都是线段，且都是顶点和三角形的某条边相交的交点之间的线段.

**题型二 关于三角形的中线平分面积解题**

**例3-2** 如图，在△中，是上一点，是的中点，△的面积是，则△的面积是（ ）











A. B.

C. D.

【思路分析】根据三角形的中线将三角形的面积平分为两个相等的部分进行计算即可.

【解】在△中，∵是的中点

∴且；

∴

∴

故：选B

**配套练习3-2** 如图，在△中，已知点，，分别为边，，的中点，且，则阴影部分面积为 .













【思路分析】根据点是的中点得出△与△的面积关系，再根据是的中点得出△与△的面积关系,求解即可.

【解】∵点是的中点，

∴，

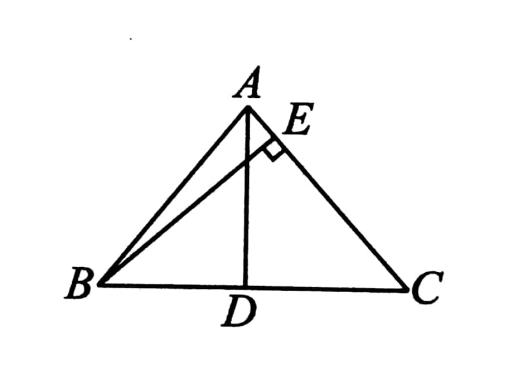
∵点是的中点，

∴

故答案为：

【总结提示】三角形的任意一条中线，都能把三角形分成面积相等的两部分，应用此结论，可解决有关三角形的面积问题.

**题型三 利用面积法求线段长**

**例3-3** 如图，在△中，，，，，，的长为 .

【思路分析】通过已知条件中的，，，可以求出△的面积，再通过同一个三角形面积相等，等于求出即可.

【解】∵在△中，，，

∴,

又∵，

∴

∴

**配套练习3-3** 如图所示，于点，于点，且与交于点.那么（1）△的边上的高为 ，边上的高为 ；（2）若，，，则 .











【思路分析】△是一个钝角三角形，有两条高在它的外部，有一条高在它的内部，在已知的情况下用不同的求面积的方法可以解出所求线段的长度.

【解】△是钝角三角形，在三角形的外部有它的两条高：边上的高为，边上的高为.又，即：，所以.

故答案为：（1）,；（2）.

【总结提示】在三角形的两条边和这条边上的高这四个量中，已知其中的三个量，可用等面积法求出第四个量.

**题型四 三角形的面积划分问题**

**例3-4** 有一块三角形土地，为了美化环境，将其分为面积相等的块，分别种植不同的花草，请你设计两种不同的分配方案.













备用图

【思路分析】通过等底等高的三角形面积相等或三角形的中线将三角形面积分为相等的两个部分进行划分即可.

【解】如图（1），点，，是边的四等分点，故.

如图（2），点是边的中点，点是边的中点，故.













图（1） 图（2）





**配套练习3-4** 如图所示是一块三角形菜地.







（1）要把这块菜地分成面积相等的四块，应该怎样分（用不同于例题的方法来分）？

（2）现要求把这块菜地分成面积比为的三块，且图中的处是水源，应该怎样分？

【思路分析】通过等底等高的三角形面积相等或三角形的中线将三角形面积分为相等的两个部分进行划分即可.

【解】（1）如图，取点为中点，点为中点，点为中点，连接，，即可.













（2）由于处是水源，故把九等分，从左到右分别取点，，使，连接，，则分成的三个三角形的面积之比为.







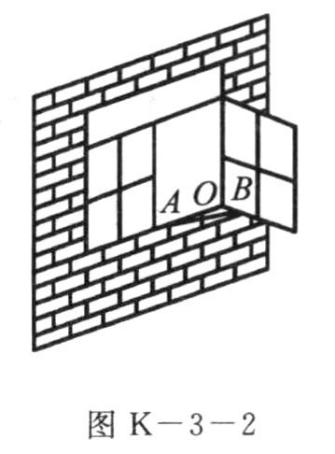
【总结提示】在三角形中，任意的中线都能将三角形面积分为相等的两个部分；同（等）底（同）等高的三角形面积相等；（同）等高的三角形面积之比等于底边比.

**知识点四 三角形的稳定性**

三角形三条边确定后，三角形的形状就唯一确定，这就是三角形的稳定性.

四边形和其他的多边形都不具有稳定性.

**题型一 三角形稳定性在生活中的应用**

**例4-1**  如图，一扇窗户打开后用窗钩可将其固定，这里所运用的原理是（ ）

A.三角形的稳定性

B.两点确定一条直线

C.两点之间，线段最短

D.同位角相等，两直线平行

【思路分析】生活中很多现象都应用到了三角形的稳定性，四边形是不具有稳定性的.

【答案】A

**配套练习4-1** 下列没有利用三角形稳定性的是（ ）

A. 菱形伸缩挂架 B.三角形房架

C. 自行车的三角形车架 D.长方形门框的斜拉条

【思路分析】生活中很多现象都应用到了三角形的稳定性，四边形是不具有稳定性的.

【答案】A

【总结提示】稳定性是三角形的特性，其他图形都不具有稳定性.

**题型二 添加条件使不具有稳定性的图形具有稳定性**

**例4-2**  如图，小明家有一个六条钢管连接而成的钢架，为使这一钢架稳固，他计划用三条钢管连接使它不变形.请你帮小明解决这个问题.（画图说明：要求用三种不同方法）

备用图1 备用图2

【思路分析】根据要求使六边形钢架的形状固定，应该将六边形分割成三角形，而要使用根钢管进行分割，可连接对角线构造三角形.

【解】

备用图1 备用图2

【总结提示】对于比较复杂的图形，只要整个图形可以看作全部是由三角形构成的，这个图形就具有稳定性了.

**配套练习4-2** 如图，是小明用根木条钉成的一个五边形木架.要使这个木架不变形，他至少要再钉上 根木条.

【思路分析】要使五边形木架的形状固定，只要使得整个图形由三角形构成即可.

【解】如右图，只要从木架的一个顶点出发，引两条对角线，即可使得整个图形由三角形构成，具有稳定性.

故答案是：根

**三、课程总结**

学霸秘籍：

**四、家庭作业**

**作业1：**定制个性化习题15道

**作业2：**老师发布的自定义习题